



# 数 学 ③

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間 120分

医学部(医学科)

問 題	ページ
① ~ ④	1 ~ 2

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
  2. 各解答紙の2箇所受験番号を必ず記入しなさい。  
なお、解答紙には、必要事項以外は記入してはいけません。
  3. 解答は、必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
  4. 試験開始後、この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手を挙げて監督者に知らせなさい。
  5. この冊子の白紙と余白部分は、適宜下書きに使用してもかまいません。
  6. 試験終了後、解答紙は持ち帰ってはいけません。
  7. 試験終了後、この冊子は持ち帰りなさい。
- ※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

1  $n$  個の袋  $A_1, A_2, \dots, A_n$  がある。 $A_k (1 \leq k \leq n)$  の中には白玉が  $k$  個, 黒玉が  $n - k$  個入っている。次の(操作)を考える。

(操作)

(操作 1)  $n$  個の袋から無作為に 1 つの袋を選び, それを  $A$  とおく。

(操作 2) 次の試行を  $s$  回繰り返す。袋  $A$  から無作為に玉を 1 個取り出し, 玉の色を調べてから取り出した玉を袋  $A$  に戻す。

以下の問いに答えよ。

(問 1)  $s = 2$  とする。(操作)を行うとき, 白玉がちょうど 1 回取り出される確率を  $n$  を用いて表せ。

(問 2)  $s = 100$  とする。(操作 1)を行った結果,  $A = A_k$  であった。このとき, (操作 2)で白玉がちょうど  $t$  回取り出される条件付き確率を  $p(t)$  とする。 $n = 3k$  が成り立つとき,  $p(t)$  を最大にする  $t$  の値を求めよ。

(問 3)  $s = 10$  とする。(操作)を行うとき, 白玉がちょうど 3 回取り出される確率を  $q_n$  とする。このとき,  $\lim_{n \rightarrow \infty} q_n$  を求めよ。

2  $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$  とする。 $AB = 1$ ,  $\angle BAC = 3\theta$  である  $\triangle ABC$  について, 辺  $BC$  の中点を  $D$  とし

たとき,  $\angle BAD = 2\theta$  が成り立つとする。以下の問いに答えよ。

(問 1)  $AC = 2 \cos \theta$  であることを示せ。

(問 2)  $BC$  を  $\cos \theta$  を用いて表せ。

(問 3)  $BC$  の最大値とそのときの  $\theta$  の値を求めよ。

3  $k$  を実数とし、 $f(x) = \sin^2 x - \cos x - 1 + k$  とおく。曲線  $y = f(x)$   $\left(0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}\right)$  を  $C$  と

する。以下の問いに答えよ。

(問 1) 曲線  $C$  と  $x$  軸の共有点の個数が  $k$  の値によってどのように変わるか調べよ。

(問 2) 曲線  $C$  と  $x$  軸の共有点が 2 個以上あるような  $k$  に対し、 $g(k)$  を

$$g(k) = \int_{p_1}^{p_2} f(x) \sin x \, dx$$

と定める。ただし、 $p_1, p_2$  はそれぞれ、曲線  $C$  と  $x$  軸の共有点の  $x$  座標のうち 1 番小さいもの、2 番目に小さいものとする。 $g(k)$  の最大値と最小値を求めよ。

4  $m$  を自然数とする。以下の問いに答えよ。

(問 1)  $k^2 - \ell^2 = 3^m$  を満たす自然数の組  $(k, \ell)$  の個数を  $m$  を用いて表せ。

(問 2)  $\sqrt{x(x+3^m)}$  が整数となるような自然数  $x$  で 3 の倍数でないものを  $m$  を用いて表せ。

(問 3)  $\sqrt{x(x+3^m)}$  が整数となるような自然数  $x$  の個数を  $m$  を用いて表せ。