# 2024年度　入学試験問題（前期日程）

# 数　　学

（数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B）

試験時間　120分

理工学部：数学物理学科（数学受験）・情報科学科
医学部：医学科

問題冊子　　　問題……　$\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$　　ページ……1～2
解答用紙……4枚
下書用紙……1枚

配　点……理工学部は表示のとおり。医学部は表示の0.75倍とする。

注　意　事　項

1. 試験開始の合図まで，この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に，問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。
   なお，解答用紙には，必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は，必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは，切り離さないこと。
6. 配付された解答用紙は，持ち帰らないこと。
7. 試験終了後，問題冊子，下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後，指示があるまでは退室しないこと。

**1** $f(x)=x^2$ とする。曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(a,\ f(a))$ における接線の方程式を $y=g(x)$ とする。実数 $t$ を曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=g(x)+t$ で囲まれた部分の面積が 36 となるように決める。このとき，次の問いに答えよ。

(100 点)

(1) $t$ の値を求めよ。

(2) $a\neq 0$ とする。曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(b,\ f(b))$ における接線の方程式を $y=h(x)$ とする。実数 $s$ を曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=h(x)+s$ で囲まれた部分の面積が 36 となるように決める。さらに，直線 $y=g(x)+t$ と $y=h(x)+s$ が直交するとき，この 2 直線の交点を P とする。交点 P の $x$ 座標を $a$ を用いて表せ。

(3) (2) の P は，0 でないどのような $a$ に対しても，すべて一つの直線上にあることを示せ。

(4) (2) の P が曲線 $y=f(x)$ 上にあるような $a$ の値をすべて求めよ。

**2** 1000 以下の自然数 $x$ に対し，集合 $A(x)$ と集合 $B(x)$ を次で定義する。

$$A(x)=\{a\mid 1\leqq a\leqq 1000 \quad \text{かつ} \quad a \text{は} x \text{の倍数}\}$$
$$B(x)=\{b\mid 1\leqq b\leqq 1000 \quad \text{かつ} \quad x\in A(b)\}$$

また，有限集合 $P$ の要素の個数を $n(P)$ で表す。このとき，次の問いに答えよ。

(100 点)

(1) $n(A(5))$ を求めよ。

(2) $n(A(5)\cup A(7)\cup A(11))$ を求めよ。

(3) $B(99)$ の要素をすべて求めよ。

(4) $n(B(x))=14$ を満たす $x$ をすべて求めよ。

**3** 正五角形 ABCDE の対角線 AC と BD の交点を F とする。このとき，次の問いに答えよ。

(100 点)

(1) B と C を通る直線は三角形 ABF の外接円に接することを証明せよ。

(2) 三角形 ABF は二等辺三角形であることを証明せよ。

(3) $AF^2 = AC \cdot CF$ を証明せよ。

**4** $a$ を正の実数とする。$xy$ 平面上の 2 つの放物線 $C_1$ と $C_2$ を次で定義する。

$$C_1 : y = (x-a)^2$$
$$C_2 : y = -x^2 + 5$$

このとき，次の問いに答えよ。

(100 点)

(1) $C_1$ と $C_2$ が異なる 2 つの共有点を持つような $a$ の範囲を求めよ。さらに，これらの共有点のうち，$x$ 座標の小さなものを P とし，もう一つを Q とする。このとき，P の座標を求めよ。

(2) $C_1$ の頂点を R とする。(1) の P と Q に対し，$\angle PRQ = 90°$ が成り立つとする。このとき，$a$ の値を求めよ。

(3) (2) のとき，3 点 P，Q，R を通る円と $y$ 軸との交点の座標をすべて求めよ。